

Seminarska naloga iz fizike

Gibalna količina, trki, zakon o ohranitvi gibalne količine

09.12.2002

Avtor: Teja Mržek

Povzetek

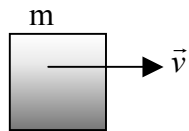
V tej nalogi bom predstavila fizikalno količino »gibalna količina« (simbol je G , enota pa kg m/s). V primerjavi z npr. hitrostjo, ima ta količina posebnost: predstavlja nekaj, kar je vsebovano v telesu, ko se giblje in ni v njem, kadar telo miruje. Tako velja, da telo vsebuje tem več gibalne količine, čim večja je njegova hitrost in čim večja je njegova masa. Še nekaj lastnosti: - Ob trku lahko gibalna količina prehaja iz enega telesa v drugo, lahko se porazdeli tudi na več teles.

Gibalno količino pogosto povezujemo s trki. Naj bodo ti elastični ali ne, pri vsakem trku se ohrani celotna gibalna količina sistema vseh delcev, ki so udeleženi pri trku.: vedno velja zakon o ohranitvi gibalne količine.

Gibalna količina

Delec z maso m se v nekem trenutku giblje s hitrostjo $\vec{v}$.

Definiramo **gibalno količino** delca:


$$\boxed{\vec{G} = m\vec{v}} \quad [\text{kg m/s}]$$

2. Newtonov zakon lahko zapišemo z gibalno količino:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{G}}{dt}$$

$$d\vec{G} = \vec{F}dt$$

$$\int_{G_1}^{G_2} d\vec{G} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

$$\Delta\vec{G} = \vec{G}_2 - \vec{G}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

Definicija **sunka sile** $\vec{I}$ (sila $\vec{F}$ deluje v časovnem intervalu $t_2 - t_1 = \Delta t$):

$$\boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt} \quad [\text{Ns} = \text{kg m/s}]$$

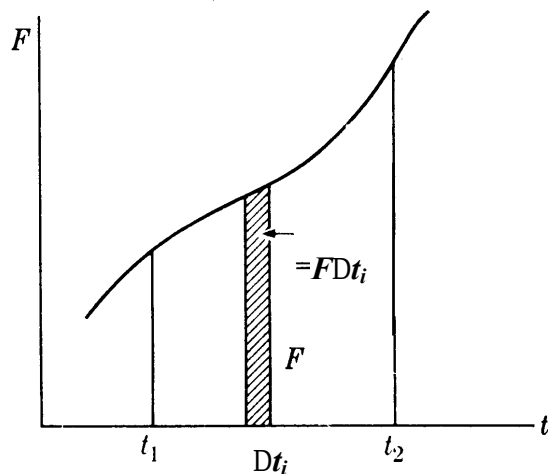
Če pri premem gibanju delca z maso m vzdolž osi x deluje stalna sila F_x v časovnem intervalu Δt , velja:

$$F\Delta t = mv - mv_0$$

pri čemer je v_0 začetna, v pa končna hitrost.

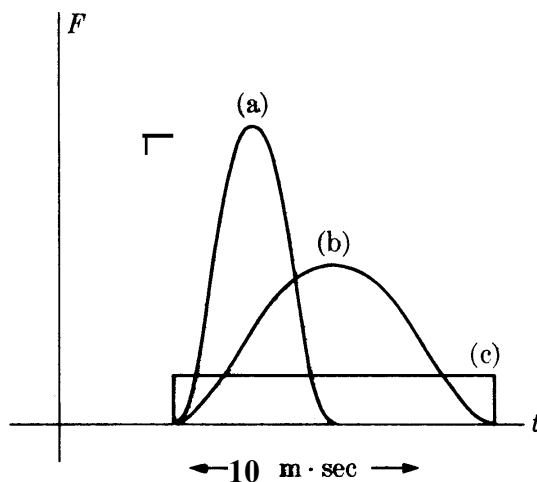
Sunek sile v časovnem intervalu $(0, t)$ je enak spremembi gibalne količine v tem časovnem intervalu.

Sprememba gibalne količine v poljubnem časovnem intervalu je enaka sunku sile v tem časovnem intervalu.



Slika 1: Sila $\vec{F}$ ni konstantna, velikost se spreminja, smer je konstantna. Sunek sile na intervalu med t_1 in t_2 je enak ploščini lika pod krivuljo $F(t)$.

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$



Slika 2: Graf sile, ki deluje na telo, v odvisnosti od časa (sunek sile je pozitiven, sila je usmerjena v desno).

Primer a..... kratek čas delovanja – večja maksimalna sila
 Primer b.....daljši čas delovanja – manjša maksimalna sila
 Primer c.....graf povprečne sile na istem časovnem intervalu kot v primeru b

V vseh treh primerih je sunek sile enak. Ploščina pod vsemi tremi krivuljami (a), (b), in (c) je enaka.

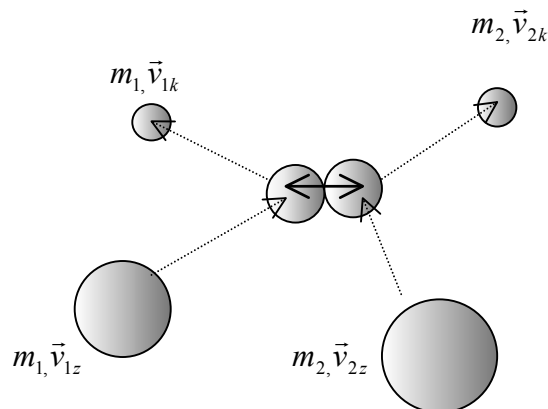
Ohranitev gibalne količine

Ko dve telesi delujeta drugo na drugo med trkom, velja:

- III. Newtonov zakon: enako veliki in nasprotno usmerjeni sili prvega telesa na drugo in drugega na prvo
- Sunka teh sil na telesi v poljubnem časovnem intervalu sta enako velika in nasprotna.
- Spremembi gibalne količine obeh teles sta enaki in nasprotni.
(primer: trk dveh biljardnih žog)

$$\begin{aligned} \vec{F}_{1,2} &= -\vec{F}_{2,1} \\ \int \vec{F}_{1,2} dt &= -\int \vec{F}_{2,1} dt \\ \vec{I}_{1,2} &= -\vec{I}_{2,1} \end{aligned} \quad , \quad \begin{aligned} \Delta \vec{G}_1 &= \vec{I}_{2,1} \\ \Delta \vec{G}_2 &= \vec{I}_{1,2} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \Delta \vec{G}_1 &= -\Delta \vec{G}_2 \\ \Delta \vec{G}_1 + \Delta \vec{G}_2 &= 0 \end{aligned}$$

Celotna gibalna količina sistema obeh kroglic se ohranja: $\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2$



Celotna gibalna količina sistema $\vec{G}$ je definirana kot *vektorska vsota* gibalnih količin teles v sistemu:

$$\boxed{\vec{G} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = \vec{G}_1 + \vec{G}_2}$$

Zakon o ohranitvi gibalne količine: *Kadar dve telesi učinkujeta samo med seboj, je celotna gibalna količina konstantna.*

$$\vec{G}_z = \vec{G}_k$$

Ko je rezultanta zunanjih sil na sistem enaka nič, je celotna gibalna količina konstantna.

Neelastični trki

Model izoliranega sistema: notranje sile so mnogo močnejše od zunanjih (na primer: trk avtov na ledeni cesti).

* celotna kinetična energija po trku *je manjša* od one pred trkom. Energija se porabi za deformacijo teles.

Popolnoma neelastični trk: telesi A in B sta po trku sprijeti. Končni hitrosti sta enaki:

$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2} = \vec{v}_2$$

Izrek o ohranitvi gibalne količine:

$$m_A \vec{v}_{A1} + m_B \vec{v}_{B1} = (m_A + m_B) \vec{v}_2$$

Znane so mase in začetne hitrosti, izračunamo končno hitrost.

Primer: telo B na začetku miruje ($\vec{v}_{B1} = 0$)

$$v_2 = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_1$$

Kinetična energija teles pred in po trku:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m_A v_1^2, \quad E_{k2} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) \left(\frac{m_A}{m_A + m_B} \right)^2 v_1^2$$

$$\frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{m_A}{m_A + m_B} < 1$$

Pri neelastičnih trkih se kinetična energija zmanjša – pretvori se v notranjo energijo.

Elastični trki

Lastnost *elastičnih* trkov:

Sile pri trku so *konservativne*, **ohranjata se kinetična energija in gibalna količina**

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2$$
$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$

Poseben primer trka v eni dimenziji: elastični čelni trk dveh kroglic, pri čemer druga kroglica pred trkom miruje

$$v_{B1} = 0, \quad v_{A1} = v, \quad v_{A2} = v_A, \quad v_{B2} = v_B$$

Poglejmo kolikšni sta hitrosti kroglic po trku v_A in v_B .

$$\text{Velja ohranitev kinetične energije} \quad \frac{1}{2} m_A v^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$m_A v = m_A v_A + m_B v_B$$

in ohranitev gibalne količine.

Preuredimo:

$$m_B v_B^2 = m_A (v^2 - v_A^2) = m_A (v - v_A)(v + v_A)$$
$$m_B v_B = m_A (v - v_A)$$

Iz druge enačbe izrazimo v_B in vstavimo v prvo: $m_B \left(\frac{m_A}{m_B} (v - v_A) \right)^2 = m_A (v - v_A)(v + v_A)$

od tod dobimo, da je končna hitrost prvega delca:

$$v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v$$

in drugega delca:

$$v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v$$

Posebni primeri:

- 1) $m_A \ll m_B$: lahka kroglica se zaleti v težko $\rightarrow v_{Ak} = -v_{Az}$, $v_{Bk} = 0$
- 2) $m_A \gg m_B$: težka kroglica se zaleti v lahko $\rightarrow v_{Ak} = v_{Az}$, $v_{Bk} = 2v_{Ak}$
- 3) $m_A = m_B$: prva kroglica se zaleti v drugo z enako maso $\rightarrow v_{Ak} = 0$, $v_{Bk} = v_{Az}$

Naloge:

- 1) Dsalec z maso 80 kg drsa s stalno hitrostjo 5 m/s, ko se nenadoma od strani v njega zaleti drugi dsalec z maso 40 kg. Hitrost drugega drsalca pred trkom je bila 8 m/s v pravokotni smeri na gibanje prvega drsalca. Ob trku se drugi dsalec oprime prvega. V kateri smeri in s kolikšno hitrostjo drsita oba drsalca po trku?

$$m_1 = 80 \text{ kg}, v_1 = 5 \text{ m/s}$$

$$m_2 = 40 \text{ kg}, v_2 = 8 \text{ m/s}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\vec{G}_z = \vec{G}_k$$

$$x \text{ smer: } G_1 = m_1 v_1$$

$$G_2 = m_2 v_2 \cos \alpha = 0$$

$$G_{kx} = G_k \cos \varphi \quad \text{-ohranitev } x \text{ komponente gib. količine}$$

$$\varphi = ?$$

$$v_k = ?$$

$$y \text{ smer: } G_1 = m_1 v_1 \cos \alpha$$

$$G_2 = m_2 v_2$$

$$G_{ky} = G_k \sin \varphi \quad \text{-ohranitev } y \text{ komponente gib. količine}$$

$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= G_k \cos \varphi \\ m_2 v_2 &= G_k \sin \varphi \end{aligned} \quad \Big|^2$$

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2 = G_k^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

$$G_k = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$G_k = 80 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s} + 40 \text{ kg} \cdot 8 \text{ m/s}$$

$$G_k = 720 \text{ kg m/s}$$

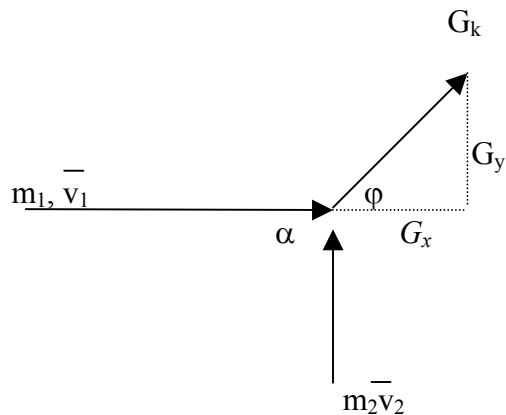
$$y \text{ smer: } G_k \sin \varphi = m_2 v_2 \sin \alpha$$

$$\sin \varphi = \frac{m_2 v_2 \sin \alpha}{G_k}$$

$$\varphi = 26,39^\circ = 26^\circ 23'$$

$$G_k = v_k (m_1 + m_2)$$

$$v_k = \frac{G_k}{m_1 + m_2} = \frac{720 \text{ kg m/s}}{120 \text{ kg}} = \underline{\underline{6 \text{ m/s}}}$$



- 2) Top z maso 100 kg miruje na gladkih vodoravnih tleh. Nenadoma izstrelj v vodoravni smeri kroglo z maso 10 kg. Hitrost krogle po izstrelitvi je 50 m/s. Kolikšen je sunek sile, ki jo povzroči krogla na top ob izstrelitvi? Kolikšna je hitrost topa po izstrelitvi? Kolikšen delež kinetične energije je ob izstrelitvi prevzela krogla in kolikšen delež top?

$$m_t = 100 \text{ kg}$$

$$m_k = 10 \text{ kg}, v_k = 50 \text{ m/s}$$

$$I_{k \rightarrow t} = ?$$

$$v_{tk} = ?$$

$$W_{kt}, W_{kk} = ?$$

Celotna gib. količina topa in krogle se ohranja:

$$\vec{G}_z = \vec{G}_k$$

$$\vec{G}_{kr,k} = -\vec{G}_{top,k}$$

$$m_k v_k = -m_t v_t$$

$$10 \text{ kg } 50 \text{ m/s} = -100 \text{ kg } v_t$$

Končna hitrost topa po izstrelitvi krogle:

$$v_t = - \frac{500 \text{ kg m/s}}{100 \text{ kg}}$$

$$\underline{\underline{v_t = -5 \text{ m/s}}}$$

Kinetična energija topa:

$$W_{k,t} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 100 \text{ kg} (-5 \text{ m/s})^2 = \underline{\underline{1250 \text{ J}}}$$

$$W_{k,kr} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 10 \text{ kg} (50 \text{ m/s})^2 = \underline{\underline{12500 \text{ J}}}$$

Kinetična energija krogle:

Krogla je prevzela deset-krat več kinetične energije kot top:

$$\frac{W_{K,kr}}{W_{K,t}} = \frac{12500 \text{ J}}{1250 \text{ J}} = 10$$

- 3) Dve elastični kroglici se gibljeta druga proti drugi z enakima hitrostma 10 m/s. Masa prve kroglice je trikrat večja od druge ($m_1=30\text{g}$, $m_2=10\text{g}$). Trk je centralen, tako da se po trku odbijeta po isti črti, kot sta prileteli. Kolikšni sta njuni končni hitrosti? Kakšno je razmerje kinetičnih energij obeh kroglic pred in po trku?

$$v_{1z} = v_{2z} = 10 \text{ m/s}$$

$$m_1 = 30\text{g}$$

$$m_2 = 10\text{g}$$

$$v_{1k}, v_{2k} = ?$$

$$W_{k1}, W_{k2} = ?$$

Sledeči enačbi veljata za končni hitrosti prve v_{1k} in druge v_{2k} kroglice pri čelnem elastičnem trku ob gibanju dveh teles v eni dimenziji:

$$v_{1k} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1z} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2z}$$

$$v_{2k} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1z} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2z}$$

V našem primeru velja $v_{1z} = v_{2z}$ zato dobimo naslednje zveze:

$$v_{1k} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1z} - \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1z} = 0,5 \cdot 10 \text{ m/s} - 0,5 \cdot 10 \text{ m/s} = \underline{\underline{0 \text{ m/s}}}$$

$$v_{2k} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1z} - \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1z} = 1,5 \cdot 10 \text{ m/s} + 0,5 \cdot 10 \text{ m/s} = \underline{\underline{20 \text{ m/s}}}$$

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W_{k1z} = 0,5 \cdot 0,03 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2 = 1,5 \text{ J}$$

$$W_{k1k} = 0,5 \cdot 0,03 \text{ kg} \cdot (0 \text{ m/s})^2 = 0 \text{ J}$$

$$W_{k2z} = 0,5 \cdot 0,01 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2 = 0,5 \text{ J}$$

$$W_{k2k} = 0,5 \cdot 0,01 \text{ kg} \cdot (20 \text{ m/s})^2 = 2 \text{ J}$$

Literatura:

- ❖ Friedrich Herrmann, M. Laukenmann, L. Mingirulli, P. Morawietz, P. Schmälzle: FIZIKA 1, ENERGIJA, GIBALNA KOLIČINA, ENTROPIJA, DZS, Ljubljana 1994
- ❖ Zapiski
- ❖ Internet: <http://www-rcp.ijs.si/~dean/predavanja/gibalna.doc>